

Zadatak 1 U tablici se nalze podaci dobiveni određivanjem hemoglobina u 20 uzoraka krvi (g/L):

163	141	116	137	143	164	99	94	136	110
106	169	166	151	114	130	97	103	159	168

- (a) Nacrtajte stem-and-leaf dijagram za te podatke.
 (b) Odredite karakterističnu petorku tih podataka, izračunajte raspon i interkvartil uzorka.
 (c) Izračunajte aritmetičku sredinu, uzoračku varijancu i standardnu devijaciju.
 (d) Grupirajte podatke u razrede i nacrtajte histogram uzorka.

Rješenje.

	stem	leaf
	9	479
	10	36
	11	046
(a)	12	-
	13	067
	14	13
	15	19
	16	34689

(b)

$$x_{(1)} = 94, \quad x_{(20)} = 169, \quad d = 75, \quad m = \frac{x_{(10)} + x_{(11)}}{2} = \frac{136 + 137}{2} = 136.5,$$

$$q_L = x_{(\frac{21}{4})} = x_{(5)} + \frac{1}{4}(x_{(6)} - x_{(5)}) = 106 + \frac{1}{4}(110 - 106) = 107,$$

$$q_U = x_{(\frac{63}{4})} = x_{(15)} + \frac{3}{4}(x_{(16)} - x_{(15)}) = 159 + \frac{3}{4}(163 - 159) = 162, \quad d_q = 55,$$

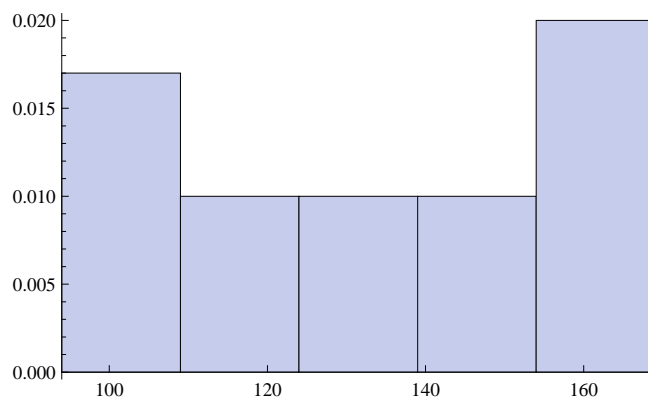
Karakteristična petorka: (94, 107, 136.5, 162, 169).

(c)

$$\bar{x} = 133.3, \quad s^2 = 707.8, \quad s = 26.6$$

(d) $k = 5, \quad c = \frac{169-94}{5} = 15$

razredi	f_i	relativna frekvencija razreda
[94, 109]	5	0.017
[109, 124]	3	0.01
[124, 139]	3	0.01
[139, 154]	3	0.01
[154, 169]	6	0.02



Slika 1:

Zadatak 2 Nuklearni fizičar mora procijeniti maksimalnu proizvodnju električne energije tijekom dana neke nuklearne elektrane. Maksimalna količina energije može se prikazati kao funkcija visokih temperatura, jer postoji teorija da visoke temperature utječu na povećanje proizvodnje. U tablici su dane dnevne temperature i maksimum proizvedene energije za 10 slučajno odabranih dana.

temperatura (u °C)	33	29	35	39	33	37	36	40	31	36
količina energije (u MW)	207	156	215	273	211	266	250	278	198	244

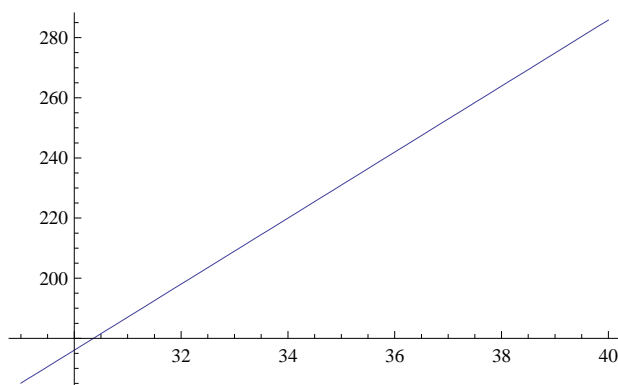
- (a) Procijenite pravac regresije za dane podatke. Nacrtajte procijenjeni pravac. Kolika je temperatura ako je količina proizvedene energije 170MW?
- (b) Izračunajte Pearsonov koeficijent korelacije od X i Y . Prokomentirajte njegovu vrijednost.

Rješenje.

(a)

$$\bar{x} = 34.9, \bar{y} = 229.8, s_x^2 = 11.8, s_y^2 = 1517.73, s_{xy} = 130.42,$$

$$\beta = \frac{130.42}{11.88} = 10.98, \alpha = 229.8 - 10.98 \cdot 34.9 = -153.34 \Rightarrow y = 10.98x - 153.34$$



Slika 2:

$$y = 170 \Rightarrow x = \frac{170 + 153.34}{10.98} = 29.45$$

(b)

$$r = \frac{130.42}{3.45 \cdot 38.96} = 0.97 > 0$$

\Rightarrow pozitivna korelacija (kad x raste, y raste)

Zadatak 3 Ispravan novčić baca se deset puta. Kolika je vjerojatnost da će svih deset puta pasti pismo, ako je poznato da je pismo palo devet puta?

Rješenje.

A = pismo je palo 9 puta,

B = pismo je palo 10 puta,

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{k(A \cap B)}{k(\Omega)}}{\frac{k(A)}{k(\Omega)}} = \frac{\frac{1}{2^{10}}}{\frac{11}{2^{10}}} = \frac{1}{11}.$$

Zadatak 4 Kutija ima tri jednake pregrade. U prvoj se nalazi 4 bijele i 5 plavih kuglica, u drugoj 3 bijele i 6 plavih, u trećoj 5 crvenih i 8 plavih kuglica. Kolika je vjerojatnost da ćemo vadeći dvije kuglice iz na sreću odabrane pregrade izvući dvije plave?

Rješenje. $H_1 =$ prva pregrada, $H_2 =$ druga pregrada, $H_3 =$ treća pregrada $\Rightarrow P(H_1) = P(H_2) = P(H_3) = \frac{1}{3}$

$$A = \text{izvukli dvije plave kuglice} \Rightarrow P(A|H_1) = \frac{\binom{5}{2}}{\binom{9}{2}} = 0.28, P(A|H_2) = \frac{\binom{6}{2}}{\binom{9}{2}} = 0.42, P(A|H_3) = \frac{\binom{8}{2}}{\binom{13}{2}} = 0.36$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{1}{3} \cdot 1.06 = 0.35$$

Zadatak 5 Čovjek ima pet ključeva od kojih samo jedan otvara vrata njegovog stana. Ključevi su sličnog oblika pa ih on ne razlikuje. Da bi otvorio vrata, on isprobava ključeve jedan za drugim, s tim da ključ koji ne odgovara nakon pokušaja odvaja, da ga ne bi ponovo isprobavao. Koliki je očekivani broj pokušaja?

Rješenje.

$$P(X = 1) = \frac{1}{5} = 0.2, P(X = 2) = \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{4} = 0.2, P(X = 3) = \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} = 0.2,$$

$$P(X = 4) = \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = 0.2, P(X = 5) = \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 = 0.2 \Rightarrow E[X] = 15 \cdot 0.2 = 3$$

Zadatak 6 Pri prijemu neke poruke vjerojatnost pogrešnog prijema svakog pojedinog znaka iznosi 0.01. Kolika je vjerojatnost da u primljenoj poruci od 10 znakova

(a) ne bude nijednog pogrešnog znaka, (b) bude barem dva pogrešna znaka?

Odredite očekivanje, varijancu i standardnu devijaciju.

Rješenje. $X \sim B(10, 0.01)$

(a)

$$P(X = 0) = \binom{10}{0} \cdot 0.01^0 \cdot 0.99^{10} = 0.9044$$

(b)

$$P(X \geq 2) = 1 - P(X \leq 1) = 1 - P(X = 0) - P(X = 1) =$$

$$1 - 0.9044 - \binom{10}{1} \cdot 0.01^1 \cdot 0.99^9 = 0.0042$$

$$E[X] = 10 \cdot 0.01 = 0.1, \text{Var}[X] = 10 \cdot 0.01 \cdot 0.99 = 0.099, \sigma(X) = \sqrt{\text{Var}[X]} = 0.3146$$