Zadatak 1 *Vjerojatnost pogotka u cilj pri jednom hicu iznosi* 0.001. *Odredite vjerojatnost da od* 5000 *metaka barem dva pogode cilj.*

Rješenje.

$$\lambda = 5000 \cdot 0.001 = 5$$

$$P(X \geq 2) = 1 - P(X = 0) - P(X = 1) = 1 - \frac{5^0}{0!}e^{-5} - \frac{5^1}{1!}e^{-5} = 0.95957$$

Zadatak 2 *Za koje* $a \in \mathbf{R}$ *je funkcija* $f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1 \\ x+1, & -1 < x \leq 0 \\ a \sin x, & 0 < x \leq \pi/2 \\ 0, & x > \pi/2 \end{cases}$ *funkcija gustoće vjerojatnosti neke slučajne varijable? Izračunajte* $P(|X - 0.31| > 0.17)$.

Rješenje.

$$\int_{-\infty}^{-1} 0dx + \int_{-1}^{0} (x+1)dx + a\int_{0}^{\pi/2} \sin x dx + \int_{\pi/2}^{\infty} 0dx = 1$$

$$\Rightarrow \left[\frac{x^2}{2} + x\right]\Big|_0^{-1} - a\cos x\Big|_0^{\pi/2} = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} x \leq -1, &\qquad F(x) = \int_{-\infty}^{x} 0dt = 0 \\ -1 < x \leq 0, &\qquad F(x) = \int_{-1}^{x} (t+1)dt = \frac{x^2}{5} + x + \frac{1}{2} \\ 0 < x \leq \pi/2, &\qquad F(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\int_0^x \sin t dt = 1 - \frac{1}{2}\cos x \\ x \geq \pi/2, &\qquad F(x) = 1 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow P(|x - 0.31| > 0.17) = P(0.14 < X < 0.48) = F(0.48) - F(0.14) = 1 - \frac{1}{2}\cos 0.48 - 1 + \frac{1}{2}\cos 0.14 = 0.05161.$$

Zadatak 3 *Na izlaznoj anketi, od* 200 *glasača, za nekog je kandidata glas dalo* 110 *glasača. Odredite* 95% *interval pouzdanosti za postotak glasova za tog kandidata.*

Rješenje.

$$\bar{x} = 0.55, \quad \alpha = 0.05, \quad \Phi_0(z_{0.025}) = \frac{1 - 0.05}{2} = 0.475 \Rightarrow z_{0.025} = 1.96$$

$$0.55 - 1.96 \cdot \sqrt{\frac{0.55 \cdot 0.45}{200}} \leq p \leq 0.55 + 1.96 \cdot \sqrt{\frac{0.55 \cdot 0.45}{200}}$$

$$\Rightarrow 0.48105 \leq p \leq 0.61895$$

Zadatak 4 *U jednom je poduzeću izvršeno istraživanje s ciljem utvrđivanja da li postoji spolna diskriminacija između zaposlenih obzirom na plaće. Prvim slučajnim uzorkom obuhvaćeno je* 10 *žena zaposlenih u poduzeću i utvrđeno je da su prosječna mjesečna primanja* 4650 *kuna, a standardna devijacija 1600 kuna. U drugom slučajnom uzorku obuhvaćeno je* 8 *muškaraca zaposlenih u poduzeću i utvrđeno je da su prosječna mjesečna primanja* 5300 *kuna, a standardna devijacija* 1900 *kuna. Da li se s razinom značajnosti* 0.02 *može tvrditi da ne postoji razlika u mjesečnim primanjima zaposlenih u odnosu na spol? (Pretpostavlja se da obje populacije imaju normalnu razdiobu.)*

Rješenje.

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$
$$H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

$$n_1 = 10, \ n_2 = 8, \ \bar{x}_1 = 4650, \ \bar{x}_2 = 5300, s_1 = 1600, \ s_2 = 1900, \ F = \frac{2560000}{3610000} = 0.70914$$

$$f_{0.01}(9,7) = 6.72 > F$$

$\Rightarrow H_0$ ne možemo odbaciti, tj. varijance su jednake.

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$
$$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$$
$$s^2 = \frac{1}{16}(9 \cdot 1600^2 + 7 \cdot 1900^2) = 3019375,\ T = \frac{4650 - 5300}{1737.63} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{10} + \frac{1}{8}}} = -0.7886$$
$$t_{0.02}(16) = 2.58349 \Rightarrow T > -2.58349$$

$\Rightarrow H_0$ ne možemo odbaciti, tj. ne postoji spolna diskriminacija.

Zadatak 5 *Broj postignutih golova u* 57 *utakmica neke nogometne lige bio je:*

2,	2,	1,	1,	0,	2,	3,	3,	5,	2,	2,	1,	4,	4,	2,	3,	3,	3,	1,
0,	4,	6,	2,	5,	6,	1,	4,	1,	4,	3,	4,	2,	7,	6,	1,	2,	3,	6,
4,	2,	1,	4,	3,	3,	3,	6,	8,	3,	5,	3,	3,	2,	1,	3,	5,	3,	5.

S razinom značajnosti 0.05 *provjerite suglasnost ovih podataka s Poissonovom razdiobom.*

Rješenje.

a_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8
f_i	2	9	11	15	8	5	5	1	1

$$\Rightarrow \lambda = 3$$

$$f_0' = 57 \cdot P(X = 0) = 57 \cdot \frac{3^0}{0!}e^{-3} = 2.84,\ f_1' = 57 \cdot P(X = 1) = 57 \cdot \frac{3^1}{1!}e^{-3} = 8.51,$$
$$f_2' = 57 \cdot P(X = 2) = 57 \cdot \frac{3^2}{2!}e^{-3} = 12.77,\ f_3' = 57 \cdot P(X = 3) = 57 \cdot \frac{3^3}{3!}e^{-3} = 12.77,$$
$$f_4' = 57 \cdot P(X = 4) = 57 \cdot \frac{3^4}{4!}e^{-3} = 9.58, f_5' = 57 \cdot P(X = 5) = 57 \cdot \frac{3^5}{5!}e^{-3} = 5.75$$
$$f_6' = 57 \cdot P(X = 6) = 57 \cdot \frac{3^6}{6!}e^{-3} = 2.87,\ f_7' = 57 \cdot P(X = 7) = 57 \cdot \frac{3^7}{7!}e^{-3} = 1.23$$
$$f_8' = 57 \cdot P(X = 8) = 57 \cdot \frac{3^8}{8!}e^{-3} = 0.46.$$

$$H = \frac{(11 - 11.35)^2}{11.35} + \frac{(11 - 12.77)^2}{12.77} + \frac{(15 - 12.77)^2}{12.77} + \frac{(8 - 9.58)^2}{9.58} + \frac{(12 - 10.46)^2}{10.46} = 1.133$$
$$\chi^2_{0.05}(5 - 1 - 1) = 7.8 > H$$

$\Rightarrow H_0$ ne možemo odbaciti, tj. podaci su suglasni s Poissonovom razdiobom.

Zadatak 6 *Provedeno je istraživanje s ciljem određivanja koju od tri reklame treba koristiti kako bi se na tržište uvelo novo osobno računalo. Ukupno* 15 *ljudi koji su razmišljali o kupovini osobnog računala je slučajnim postupkom podjeljeno u tri skupine od po* 5 *ljudi. Svakoj je skupini prikazana druga reklama i svakoj je osobi postavljeno pitanje o njihovoj sklonosti da kupe reklamirani brend. Korištena je skala od* 1 *(najvjerojatnije ne) do* 7 *(najvjerojatnije da). Rezultati o sklonosti kupovini dani su u sljedećoj tablici:*

Reklama A:	5	6	7	4	5
Reklama B:	5	7	6	7	4
Reklama C:	5	6	6	5	4

Uz razinu značajnosti 0.05 *provjerite da li je važno koju ćemo reklamu izabrati.*

Rješenje.

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$$
$$\bar{x}_1 = 5.4,\ \bar{x}_2 = 5.8,\ \bar{x}_3 = 5.2,\ \bar{x} = 5.47$$
$$SST = 0.3865,\ SSE = 14.8,\ MST = 0.19325,\ MSE = 1.23 \Rightarrow F = 0.16$$

$f_{0.05}(2, 12) = 3.89 > F \Rightarrow H_0$ ne možemo odbaciti, tj. izbor reklame nije važan.

Zadatak 7 *U tablici su dani podaci o stopi rasta na obične dionice i stopi inflacije u periodu* 1979 − 1982.

godina	1979	1980	1981	1982
stopa rasta	18.4	32.4	4.9	21.4
stopa inflacije	13.3	12.4	8.9	3.9

a) Odrediti parametre linearne veze između ova dva pokazatelja.

b) Da li se sa razinom značajnosti od 0.01 *može smatrati da postoji takva linearna veza da stopa rasta na dionice raste kada raste stopa inflacije?*

Rješenje.

a)

$$\bar{x} = 19.275,\ \bar{y} = 9.625,\ s_x^2 = 128.86,\ s_{xy} = 10.4875$$

$$\Rightarrow \hat{\alpha} = \frac{31.4625}{128.86} = 0.0819,\ \hat{\beta} = 19.275 - 0.08 \cdot 9.625 = 18.98,\ y = -0.079x + 16.21$$

b)

$$H_0 : \alpha = 0$$
$$H_1 : \alpha > 0$$

$$SSE = (18.4 - 20.04)^2 + (32.4 - 19.97)^2 + (4.9 - 19.69)^2 + (21.4 - 19.29)^2 = 380.38$$

$\sigma = 13.79 \Rightarrow T = \frac{0.08-0}{13.79}\sqrt{3 \cdot 128.86},\ t_{0.01}(2) = 6.96456 > T \Rightarrow H_0$ ne možemo odbaciti, tj. postoji pozitivna linearna veza.