

1. PARCIJALNI ISPIT IZ NUMERIČKIH METODA I PROGRAMIRANJA: 16.2.2012.

(drugo ponavljanje)

1. S točnošću većom od 10^{-5} odredite $\ln 55$. Odredite ukupnu grešku. (10)

2. Opišite dijagram toka i napišite program u *Mathematica*-i za algoritam koji za zadani cijeli broj $n \geq 0$ (ulazna informacija) računa $\frac{1}{1+2+4+8+\dots+2^n}$. (15)

3. Jacobijevom metodom (jednom iteracijom) odredite približno rješenje sustava

$$\begin{aligned} 7x_1 - 3x_2 &= 2 \\ -x_1 + 6x_2 &= 1. \end{aligned}$$

Odredite pravu grešku. (15)

4. Metodom najmanjih kvadrata odredite vezu oblika $x^{a+1}y^{b-1} = 3$, ako je

x_k	1	2	3
y_k	3	0.75	0.33

. (15)

5. Odredite trigonometrijski polinom prvog stupnja koji u smislu metode najmanjih kvadrata najbolje aproksimira funkciju $f(x) = \frac{x}{2} + 1$, $x \in [0, 2]$. Odredite kvadratnu grešku te aproksimacije. (15)

6. Za jednadžbu $\ln(3 - x) = x - 1$ odredite funkciju φ s kojom se može provesti metoda iteracije. (15)

7. Newtonovom metodom (jednom iteracijom) odredite približno rješenje sustava

$$\begin{aligned} xy - y - 1 &= 0 \\ x^2 - y^2 - 1 &= 0 \end{aligned},$$

uzimajući za početne vrijednosti $x_0 = 2$, $y_0 = 1$. (15)

Rezultati i uvid: ponedjeljak (20.2.2012) u 16.00.

(drugo ponavljanje)

1. Za funkciju $f(x) = \sin^2 x$ poznate su vrijednosti $f(0)$, $f(1)$ i $f(2)$. Odredite $f'(1)$:

a) Hermiteovom metodom ako je još poznato i $f'(2)$, (15)

b) koristeći kubni splajn ako su poznate i vrijednosti $f''(0)$ i $f''(2)$, (15)

c) numeričkim diferenciranjem. (10)

Izračunajte pravu grešku u sva tri slučaja.

2. Simpsonovom metodom s točnošću većom od 10^{-3} izračunajte $\int_1^2 \frac{1+x}{\sqrt{x}} dx$. Odredite pravu grešku. (15)

3. Koristeći Laplaceovu transformaciju odredite rješenje diferencijalne jednadžbe $x''(t) + 4x(t) = 3 \cos t$, uz početne uvjete $x(0) = 2$, $x'(0) = 0$. (15)

4. Diferencijalnu jednadžbu $y' = x(y + 1)$, $y(0) = 0$ na intervalu $[0, 1]$ s korakom $h = 0.5$ približno riješite Runge-Kuttinom metodom, te metodom neodređenih koeficijenata trećeg reda i ocjenite koja je metoda točnija u točki $x = 0.5$ (izračunajte pravu grešku). (15)

5. Koristeći shemu konačnih razlika približno riješite rubni problem za parcijalnu diferencijalnu jednadžbu prvog reda:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial x} = x^2 + y^2, & \text{na } S = [-2, -1] \times [-1, 0] \\ u(x, y) = x^3 y, & \text{na } \Gamma = \partial S \end{cases}$$

s $h = k = 0.5$. (15)

Rezultati i uvid: ponedjeljak (20.2.2012) u 16.00.

1. Opišite dijagram toka i napišite program u *Mathematica*-i za algoritam koji za zadani cijeli broj $n \geq 0$ (ulazna informacija) računa $\frac{1}{1+2+4+8+\dots+2^n}$. (15)

2. Jacobijevom metodom (jednom iteracijom) odredite približno rješenje sustava

$$7x_1 - 3x_2 = 2$$

$$-x_1 + 6x_2 = 1.$$

Odredite pravu grešku. (10)

3. Odredite trigonometrijski polinom prvog stupnja koji u smislu metode najmanjih kvadrata najbolje aproksimira funkciju $f(x) = \frac{x}{2} + 1$, $x \in [0, 2]$. Odredite kvadratnu grešku te aproksimacije. (10)

4. Za jednadžbu $\ln(3-x) = x-1$ odredite funkciju φ s kojom se može provesti metoda iteracije. (10)

5. Za funkciju $f(x) = \sin^2 x$ poznate su vrijednosti $f(0)$, $f(1)$ i $f(2)$. Odredite $f'(1)$:

a) Hermiteovom metodom ako je još poznato i $f'(2)$, (10)

b) koristeći kubni splajn ako su poznate i vrijednosti $f''(0)$ i $f''(2)$. (10)

Izračunajte pravu grešku u oba slučaja.

6. Simpsonovom metodom s točnošću većom od 10^{-3} izračunajte $\int_1^2 \frac{1+x}{\sqrt{x}} dx$. Odredite pravu grešku. (10)

7. Koristeći Laplaceovu transformaciju odredite rješenje diferencijalne jednadžbe $x''(t) + 4x(t) = 3 \cos t$, uz početne uvjete $x(0) = 2$, $x'(0) = 0$. (10)

8. Diferencijalnu jednadžbu $y' = x(y+1)$, $y(0) = 0$ na intervalu $[0, 1]$ s korakom $h = 0.5$ približno riješite Runge-Kuttinom metodom, te metodom neodređenih koeficijenata trećeg reda i ocjenite koja je metoda točnija u točki $x = 0.5$ (izračunajte pravu grešku). (15)

Rezultati i uvid: ponedjeljak (20.2.2012) u 16.00.