1. PARCIJALNI ISPIT IZ NUMERIČKIH METODA I PROGRAMIRANJA: 15.2.2013.

(drugo ponavljanje)

1. S točnošću većom od 10^{-6} odredite $\ln 59$. Izračunajte ukupnu grešku. (10)

2. Opišite dijagram toka i napišite program u *Mathematica*-i za algoritam koji za zadani cijeli broj $n \geq 1$ (ulazna informacija) računa

$$\begin{aligned} &\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt[3]{4}\cdot\sqrt{5}\cdot\sqrt[3]{6}\cdots\sqrt{n} \quad n \text{ neparan},\\ &\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt[3]{4}\cdot\sqrt{5}\cdot\sqrt[3]{6}\cdots\sqrt[3]{n} \quad n \text{ paran}. \end{aligned}$$

(15)

3. Jacobijevom metodom (jednom iteracijom) odredite približno rješenje sustava

$$\begin{aligned} 6x_1 + x_2 &= 9\\ x_1 + 4x_2 &= 6. \end{aligned}$$

Odredite pravu grešku. (15)

4. Odredite vezu oblika $\ln y = \frac{1}{ae^x+b}$ ako je

x_k	-1	0	1
y_k	1.5	1.4	1.2

. (15)

5. Odredite trigonometrijski polinom prvog stupnja koji u smislu metode najmanjih kvadrata najbolje aproksimira funkciju $f(x) = \frac{x}{2} + 1,\ x \in [0, 2]$. Odredite kvadratnu grešku te aproksimacije. (15)

6. Metodom sekante izračunajte prvu aproksimaciju nultočke jednadžbe $3x + \cos x + 1 = 0$. (15)

7. Metodom iteracije s točnošću većom od 0.1 odredite približno rješenje sustava $y^2 - x^2 - 1 = 0,\ xy - x - 1 = 0$ uzimajući za početne vrijednosti $x_0 = y_0 = 1.5$. (15)

Rezultati i uvid: ponedjeljak (18.2.2013) u 14.00.

2. PARCIJALNI ISPIT IZ NUMERIČKIH METODA I PROGRAMIRANJA: 15.2.2013.

(drugo ponavljanje)

1. Za funkciju $f(x) = \cos 4x$ poznate su vrijednosti $f(0)$, $f\left(\frac{\pi}{8}\right)$ i $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$. Odredite $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$:

   a) Hermiteovom metodom ako je još poznato i $f'(0)$, (15)

   b) koristeći kubni splajn ako su poznate vrijednosti $f''(0)$ i $f''\left(\frac{\pi}{4}\right)$, (15)

   c) numeričkim diferenciranjem. (10)

2. Simpsonovom metodom s točnošću većom od 10^{-2} izračunajte $\int_0^1 x \cdot 2^{x+3} dx$. Odredite pravu grešku. (15)

3. Koristeći Laplaceovu transformaciju odredite rješenje diferencijalne jednadžbe $x''(t) + x(t) = 2 + t^2$ uz početne uvjete $x(0) = -1, x'(0) = 1$. (15)

4. Diferencijalnu jednadžbu $y' = x(y+1)$, $y(0) = 0$ na intervalu $[0,1]$ s korakom $h = 0.5$ približno riješite Runge-Kuttinom metodom, te metodom neodređenih koeficijenata trećeg reda i ocjenite koja je metoda točnija u točki $x = 0.5$ (izračunajte pravu grešku). (15)

5. Koristeći shemu konačnih razlika približno rješite rubno-početni problem za parcijalnu diferencijalnu jednadžbu drugog reda:

$$\begin{cases} \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = 4\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}, & \text{za} \quad x \in [0,1],\ t \in [0, 0.03], \\ u(0,t) = 0,\ u(1,t) = 0, & \text{za} \quad t \in [0, 0.03], \\ u(x,0) = x, & \text{za} \quad x \in [0,1]. \end{cases}$$

   s $h = 0.5$ i $\tau = 0.01$. (15)

Rezultati i uvid: ponedjeljak (18.2.2013) u 14.00.

DRUGO PONAVLJANJE ISPITA IZ NUMERIČKIH MET. I PROGRAM.: 15.2.2013.

1. Opišite dijagram toka i napišite program u *Mathematica*-i za algoritam koji za zadani cijeli broj $n \geq 1$ (ulazna informacija) računa

$$\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt[3]{6} \cdots \sqrt{n} \quad n \text{ neparan},$$
$$\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt[3]{6} \cdots \sqrt[3]{n} \quad n \text{ paran}.$$

(15)

2. Jacobijevom metodom (jednom iteracijom) odredite približno rješenje sustava

$$\begin{aligned} 6x_1 + x_2 &= 9 \\ x_1 + 4x_2 &= 6. \end{aligned}$$

Odredite pravu grešku. (10)

3. Odredite trigonometrijski polinom prvog stupnja koji u smislu metode najmanjih kvadrata najbolje aproksimira funkciju $f(x) = \frac{x}{2} + 1, \ x \in [0, 2]$. Odredite kvadratnu grešku te aproksimacije. (10)

4. Metodom sekante izračunajte prvu aproksimaciju nultočke jednadžbe $3x + \cos x + 1 = 0$. (10)

5. Za funkciju $f(x) = \cos 4x$ poznate su vrijednosti $f(0)$, $f\left(\frac{\pi}{8}\right)$ i $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$. Odredite $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$:

   a) Hermiteovom metodom ako je još poznato i $f'(0)$, (10)

   b) koristeći kubni splajn ako su poznate vrijednosti $f''(0)$ i $f''\left(\frac{\pi}{4}\right)$, (10)

   Izračunajte pravu grešku u oba slučaja.

6. Simpsonovom metodom s točnošću većom od 10^{-2} izračunajte $\int_0^1 x \cdot 2^{x+3} dx$. Odredite pravu grešku.

   (10)

7. Koristeći Laplaceovu transformaciju odredite rješenje diferencijalne jednadžbe $x''(t) + x(t) = 2 + t^2$ uz početne uvjete $x(0) = -1, x'(0) = 1$. (10)

8. Diferencijalnu jednadžbu $y' = x(y + 1)$, $y(0) = 0$ na intervalu $[0, 1]$ s korakom $h = 0.5$ približno riješite Runge-Kuttinom metodom, te metodom neodređenih koeficijenata trećeg reda i ocjenite koja je metoda točnija u točki $x = 0.5$ (izračunajte pravu grešku). (15)

Rezultati i uvid: ponedjeljak (18.2.2013) u 14.00.