

DISKRETNE SLUČAJNE VARIJABLE; BINOMNA SLUČAJNA VARIJABLA

1. Ako je  $X \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0.3 & 0.7 \end{pmatrix}$  odredite distribuciju slučajne varijable a)  $X^2$  b)  $2X - 1$  c)  $X^2 - X$ .
2. Bacamo dvije simetrične (pravilne) kocke. Slučajna varijabla  $X$  registrira veći od rezultata. Odredite distribuciju slučajne varijable  $X$ ,  $E[X]$ ,  $Var[X]$ .
3. Neka je  $X$  slučajna varijabla koja broji kćeri u obiteljima s 3 djece. Odredite zakon razdiobe od  $X$ . Odredite vjerojatnost da u obitelji bude neparan broj sinova.  
Rj.  $X \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 1/8 & 3/8 & 3/8 & 1/8 \end{pmatrix}$ ,  $P(\text{neparan broj sinova}) = P(X = 0) + P(X = 2) = 1/2$ .
4. Pismeni iz Statistike sastavlja se tako da se iz unaprijed poznatog skupa od 50 zadataka slučajno izabere 5 zadataka. Za prolaz na ispitu potrebno je riješiti 2 zadatka i to je ocjena dovoljan. 3 riješena zadatka su za dobar, 4 za vrlo dobar i 5 za izvrstan. Ivica je naučio točno 10 zadataka od ukupno 50. Kolika je vjerojatnost da će Ivica proći na ispitu? Kolika je vjerojatnost da će dobiti izvrstan?  
Rj:  $X =$  broj riješenih zadataka,  $P(X \geq 2) = 0.2581$ ;  $P(X = 5) = 0.00012$
5. Bacamo pravilnu kocku 3 puta. Slučajna varijabla  $X$  registrira koliko je puta pao broj strogo veći od 4. Odredite distribuciju slučajne varijable  $X$ .
6. Tri strijelca nezavisno gadjaju metu i pri tome je vjerojatnost pogodka u pojedinom gađanju za prvog strijelca  $p_1 = 0.8$ , za drugog  $p_2 = 0.7$ ; a za trećeg  $p_3 = 0.9$ . Slučajna varijabla  $X$  registrira broj pogodaka u metu. Odredite zakon razdiobe od  $X$ , izračunajte očekivanje  $E[X]$ , te  $P(X \geq 2)$ .  
Rj.  $X \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0.006 & 0.092 & 0.398 & 0.504 \end{pmatrix}$ ,  $E[X] = 2.4$ ,  $P(X \geq 2) = 0.902$ .
7. U kutiji je 5 crvenih, 4 žute i 8 crnih loptica. Vadimo 3 loptice bez vraćanja. Slučajna varijabla  $Y$  broji žute loptice koje su ostale u kutiji. Odredite zakon razdiobe od  $Y$ .  
Rj.  $Y \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0.006 & 0.115 & 0.46 & 0.42 \end{pmatrix}$ .
8. U košari se nalazi 5 nektarina i 6 smokvi. Na slučajan način uzimamo iz košare 3 voćke. Neka je  $X$  slučajna varijabla koja broji izvučene smokve. Odredite zakon razdiobe od  $X$ , te prosječan broj izvučenih smokvi.  
Rj.  $X \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 2/33 & 4/11 & 5/11 & 4/33 \end{pmatrix}$ ,  $E[X] = 18/11$ .
9. Pravilan tetraedar bacamo dva puta. Neka je  $X$  maksimum, a  $Y$  minimum vrijednosti palih na tetraedru. Odredite zakone razdiobe slučajnih varijabli  $X$  i  $Y$ .  
Rj.  $X \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1/16 & 3/16 & 5/16 & 7/16 \end{pmatrix}$ ,  $Y \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 7/16 & 5/16 & 3/16 & 1/16 \end{pmatrix}$ .
10. U košari se nalazi 1 zelena i 7 crvenih jabuka. Na slučajan način vadimo jednu jabuku, te ju zatim vratimo natrag u košaru. Izračunajte vjerojatnost da je u 10 takvih izvlačenja zelena jabuka izvučena točno 2 puta.  
Rj:  $X \sim B(10; 1/8)$ ;  $P(X = 2) = 0.242$
11. Odredite vjerojatnost da u 20 bacanja kocke broj oblika  $2^k$ ;  $k \geq 0$  padne najmanje 5 i najviše 10 puta.  
Rj:  $X =$ koliko puta je pao broj oblika  $2^k$ ;  $k \geq 0$ ;  $X \sim B(20; 3/6)$ ;  $P(5 \leq X \leq 10) = 0.5801$
12. U vreći je 7 glavica kupusa - 6 crvenih i 1 bijela. Perica želi nahraniti svoju kozu pa izvlači jednu glavicu iz vreće. Koza nije gladna pa Perica vrati kupus u vreću. Odredite vjerojatnost da je u 5 takvih izvlačenja bijela glavica kupusa izvučena točno 3 puta.  
Rj:  $X =$  koliko puta je izvučena bijela glavica kupusa,  $X \sim B(5; 1/7)$ ;  $P(X = 3) = 0.02973$
13. U nekoj tvornici utvrđeno je da je prosječno 20% žarulja proizvedenih na nekom stroju neispravno. Uzmemo li 1000 uzorka po 10 žarulja proizvedenih na tom stroju, u koliko uzoraka možemo očekivati da ćemo naći: a) točno 2 neispravne žarulje, b) 2 ili više neispravne žarulje?  
Rj:  $X =$  broj neispravnih,  $X \sim B(10; 0.2)$   
a)  $P(X = 2) = 0.302$ ;  $Y \sim B(1000; 0.302)$ ;  $E[Y] = 302$   
b)  $P(X \geq 2) = 0.624$ ;  $Y \sim B(1000; 0.624)$ ;  $E[Y] = 624$

14. Neka je  $X$  slučajna varijabla koja broji sinove u obiteljima s 4 djece. Odredite funkciju distribucije te slučajne varijable te nacrtajte njezin graf. Odredite vjerojatnost da u obitelji bude neparan broj kćeri.

$$\text{Rj: } X \sim B(4; 1/2); F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1/16, & 0 \leq x < 1 \\ 5/16, & 1 \leq x < 2 \\ 11/16, & 2 \leq x < 3 \\ 15/16, & 3 \leq x < 4 \\ 1, & x \geq 4 \end{cases}, P(\text{neparan broj kćeri})=1/2.$$