

**Zadatak 1** U tablici se nalaze podaci dobiveni mjerenjem mase 454 gramskih paketića pereca (u gramima).

464	450	450	456	452	433	446	446	450	447
442	438	452	447	460	450	453	456	446	433
448	450	439	452	459	454	456	454	452	449

- (a) Nacrtajte stem-and-leaf dijagram za te podatke.  
 (b) Odredite karakterističnu petorku tih podataka, izračunajte raspon i interkvartil uzorka.  
 (c) Izračunajte aritmetičku sredinu, uzoračku varijancu i standardnu devijaciju.  
 (d) Grupirajte podatke u razrede i nacrtajte histogram uzorka.

Rješenje.

	stem	leaf
	43	3389
(a)	44	26667789
	45	0000022223446669
	46	04

(b)

$$x_{(1)} = 433, \quad x_{(30)} = 464, \quad d = 31, \quad m = \frac{x_{(15)} + x_{(16)}}{2} = \frac{450 + 450}{2} = 450,$$

$$q_L = x_{(\frac{31}{4})} = x_{(7)} + \frac{3}{4}(x_{(8)} - x_{(7)}) = 446 + \frac{3}{4}(446 - 446) = 446,$$

$$q_U = x_{(\frac{93}{4})} = x_{(23)} + \frac{1}{4}(x_{(24)} - x_{(23)}) = 454 + \frac{1}{4}(454 - 454) = 454, \quad d_q = 454 - 446 = 8,$$

Karakteristična petorka: (433, 446, 450, 454, 464).

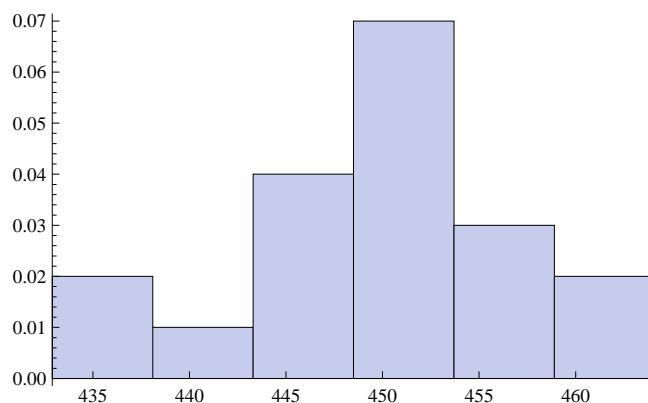
(c)

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{1}{30}(2 \cdot 433 + 438 + 439 + 3 \cdot 446 + 442 + 2 \cdot 447 + 448 + 449 + 5 \cdot 450 + 3 \cdot 456 \\ &+ 4 \cdot 452 + 453 + 459 + 2 \cdot 454 + 460 + 464) = 449.47, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} s^2 &= \frac{1}{29}(2 \cdot 433^2 + 438^2 + 439^2 + 3 \cdot 446^2 + 442^2 + 2 \cdot 447^2 + 448^2 + 449^2 + 5 \cdot 450^2 + 3 \cdot 456^2 \\ &+ 4 \cdot 452^2 + 453^2 + 459^2 + 2 \cdot 454^2 + 460^2 + 464^2 - 30 \cdot 449.47^2) = 49.02, \quad s = 7.001 \end{aligned}$$

(d)  $k = 6, \quad c = \frac{464-433}{6} = 5.2$

razredi	$f_i$	relativna frekvencija razreda
[432.9, 438.1]	3	0.02
[438.1, 443.3]	2	0.01
[443.3, 448.5]	6	0.04
[448.5, 453.7]	11	0.07
[453.7, 458.9]	5	0.03
[458.9, 464.1]	3	0.02



**Zadatak 2** U svrhu izučavanja povezanosti šizofrenije sa receptorom D2 dopaminom, sprovedeno je sljedeće istraživanje. Desetorici pacijenata izmjereni su omjer striatuma i cerebellumske radioaktivnosti ( $S:C$ ) i psihomotorni pokazatelj (PEF) dva sata nakon ubrizgavanja radioaktivnog izotopa. U tablici se nalaze dobiveni podaci:

pacijent	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$X(S:C)$	3.22	3.74	3.70	3.43	3.65	4.50	3.85	4.15	5.06	4.47
$Y(PEF)$	48	42	44	35	36	28	30	13	22	24

- (a) Procijenite pravac regresije za dane podatke. Nacrtajte procijenjeni pravac. Kolika je omjer striatuma i cerebellumske radioaktivnosti ako je psihomotorni pokazatelj 40?
- (b) Izračunajte Pearsonov koeficijent korelacije od  $X$  i  $Y$ . Prokomentirajte njegovu vrijednost.

Rješenje.

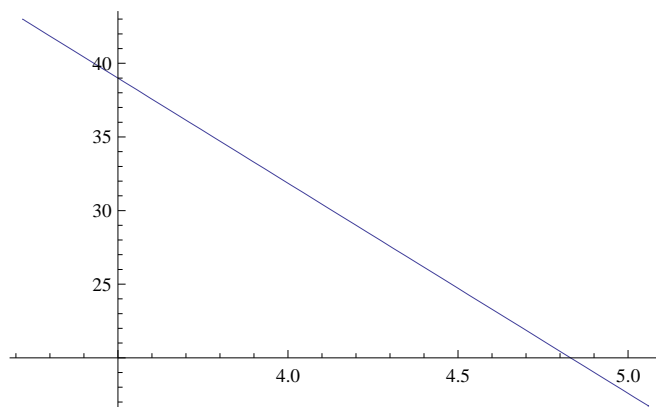
(a)

$$\bar{x} = 3.977, \bar{y} = 32.2,$$

$$s_x^2 = \frac{1}{9} = (161.0129 - 10 \cdot 15.816529) = 0.3164, s_y^2 = \frac{1}{9} = (11438 - 10 \cdot 1036.84) = 118.8444,$$

$$s_{xy} = \frac{1}{9}(1239.94 - 10 \cdot 3.977 \cdot 32.2) = -4.5171,$$

$$\beta = \frac{-4.5171}{0.3164}, \alpha = 32.2 + 14.28 \cdot 3.977 = 88.98 \Rightarrow y = -14.28x + 88.98.$$



Slika 2:

(b)

$$r = \frac{-4.5171}{0.5625 \cdot 10.9016} = -0.74 < 0$$

$\Rightarrow$  negativna korelacija (kad  $x$  raste,  $y$  pada)

**Zadatak 3** Bacaju se dvije igraće kocke. Odredite vjerojatnost da su pale dvije petice ako je zbroj palih vrijednosti broj djeljiv s pet.

Rješenje.

$A =$  zbroj vrijednosti je djeljiv s 5 =  $\{(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1), (4, 6), (5, 5), (6, 4)\}$ ,

$B =$  pale dvije petice =  $\{(5, 5)\}$ ,

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{k(A \cap B)}{k(\Omega)}}{\frac{k(A)}{k(\Omega)}} = \frac{\frac{1}{36}}{\frac{7}{36}} = \frac{1}{7}.$$

**Zadatak 4** Od tri jednake pumpe za gume nasumce je odabrana jedna i s njom su napumpane gume na biciklu. Vjerojatnost da prva pumpa ne radi je 0.25, da druga ne radi je 0.15, a treća 0.95. Koja je pumpa najvjerojatnije upotrebljena?

Rješenje.  $H_1$  = odabrana je prva pumpa,  $H_2$  = odabrana je druga pumpa,  $H_3$  = odabrana je treća pumpa  $\Rightarrow P(H_1) = P(H_2) = P(H_3) = \frac{1}{3}$

A = gume na biciklu su napumpane  $\Rightarrow P(A|H_1) = 0.75$ ,  $P(A|H_2) = 0.85$ ,  $P(A|H_3) = 0.05$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{1}{3} \cdot 0.75 + \frac{1}{3} \cdot 0.85 + \frac{1}{3} \cdot 0.05 = 0.55$$

$$\Rightarrow P(H_1|A) = \frac{\frac{1}{3} \cdot 0.75}{0.55} = 0.45, P(H_2|A) = \frac{\frac{1}{3} \cdot 0.85}{0.55} = 0.52, P(H_3|A) = \frac{\frac{1}{3} \cdot 0.05}{0.55} = 0.03$$

$\Rightarrow$  najvjerojatnije je upotrebljena druga pumpa.

**Zadatak 5** Iz špila od 52 karte, na slučajan se način odjednom bira 5 karata. Neka je  $X$  slučajna varijabla koja broji izvučene dame. Odredite zakon razdiobe od  $X$ , te prosječan broj izvučениh dama (matemat. očekivanje).

Rješenje.

$$P(X = 0) = \frac{\binom{4}{0} \binom{48}{5}}{\binom{52}{5}} = 0.6588, P(X = 1) = \frac{\binom{4}{1} \binom{48}{4}}{\binom{52}{5}} = 0.2995, P(X = 2) = \frac{\binom{4}{2} \binom{48}{3}}{\binom{52}{5}} = 0.0399,$$

$$P(X = 3) = \frac{\binom{4}{3} \binom{48}{2}}{\binom{52}{5}} = 0.0017, P(X = 4) = \frac{\binom{4}{4} \binom{48}{1}}{\binom{52}{5}} = 0.00002, \Rightarrow E[X] = 0.38448$$

**Zadatak 6** Vjerojatnost da će student koji upiše PBF diplomirati je 0.4. Odredite vjerojatnost da od 5 nasumce odabranih studenata

- (a) niti jedan neće završiti studij,
- (b) točno jedan će završiti studij,
- (c) bar jedan će završiti studij.

Odredite očekivanje, varijancu i standardnu devijaciju.

Rješenje.  $X \sim B(5, 0.4)$

(a)

$$P(X = 0) = \binom{5}{0} \cdot 0.4^0 \cdot 0.6^5 = 0.07776$$

(b)

$$P(X = 1) = \binom{5}{1} \cdot 0.4^1 \cdot 0.6^4 = 0.2592$$

(c)

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X < 1) = 1 - P(X = 0) - P(X = 1) = 1 - 0.07776 - 0.2592 = 0.92224$$

$$E[X] = 5 \cdot 0.4 = 2, Var[X] = 5 \cdot 0.4 \cdot 0.6 = 1.2, \sigma(X) = \sqrt{Var[X]} = 1.095$$